BAB II
FUNGSI DAN GRAFIK (2)

OPERASI FUNGSI

- $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(f * g)(x) = f(x) * g(x)$
- $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$
- $f^n(x) = [f(x)]^n$

Contoh

1) Jika $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ dan g(x) = $\frac{1}{x+5}$

Tentukan :

a) (f + g)(x)

b) (f – g)(x)

c) (f . g)(x)

d) (f/g)(x)

e) $f^2(x)$

Maple

```
> f:=x->(2*x-1)^(1/2);
> g:=x->1/(x+5);
> (f+g)(x);
> (f-g)(x);
> (f*g)(x);
> (f/g)(x);
> (f^2)(x);
```

2) Jika $f(x) = x^2 + 3$ dan $g(x) = 2x + 2$

Hitung :

a. $(f + g)(2)$

b. $(f – g)(3)$

c. $(f . g)(0)$

d. $(f/g)(-2)$

e. $f^3(1)$

3. Diketahui :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 \; jika \;\; x \leq 0 \\ x \qquad\quad jika \; x > 0 \end{cases}$$

$$\mathrm{g}(x) = \begin{cases} -2x \quad jika \;\; x < 1 \\ 1 - x \; jika \;\; x \geq 1 \end{cases}$$

Carilah (f – g)(x)

KOMPOSISI FUNGSI

- (f o g)(x) = f (g(x))
- (g o f)(x) = g (f(x))

Maple

(f@g)(x);

(g@f)(x);

Contoh :

1) Diketahui f(x) = $\frac{x-3}{2}$ dan g(x) = $\sqrt{x}$

a. (f o g)(x) = f(g(x)) = f ($\sqrt{x}$) $= \frac{\sqrt{x}-3}{2}$

b. (g o f)(x) = g(f(x)) = g ($\frac{x-3}{2}$)

$$= \sqrt{\frac{x-3}{2}}$$

2) Jika $f(x) = \frac{x}{x+1}$ **dan** $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$

Tentukan :

a. (f o g)(x)

b. (g o f)(x)

3) Jika $f(x) = \frac{4x}{x^2-5}$ dan $g(x) = \sqrt{2x+1}$

Hitung:

a. (f o g)(4)

b. (g o f)(5)

4) Diketahui $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ dan $g(x)=2x^2$ Tentukan (f o g)(x) dan (gof)(x)

5. Jika $f(x) = 1/(2x - 1)$ dan

$(f \circ g)(x) = x/(3x - 2)$

Tentukan $g(x)$!

6. Jika $g(x) = x + 1$ dan

$(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + 1$

maka tentukan $f(x)$!

Tentukan fog (x) jika diketahui:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x & jika\ x \geq 0 \\ \dfrac{1}{x} & jika\ x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x-1} & jika\ x > 1 \\ 2x - 1 & jika\ x \leq 1 \end{cases}$$

Fungsi Invers

1. Tentukan fungsi invers :

$$f(x) = 2x - 3$$

$$y = 2x - 3$$

$$2x = y+3$$

$$x = \frac{y+3}{2}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$$

Fungsi Invers

2. Tentukan fungsi invers : $f(x) = \frac{2x}{3x-1}$

$$y = \frac{2x}{3x-1}$$

y(3x – 1) = 2x

3xy – y = 2x

3xy – 2x = y

x(3y – 2) = y

$x = \frac{y}{3y-2} \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y}{3y-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{3x-2}$

Fungsi Invers

3. Tentukan fungsi invers f^{-1} jika diketahui

$$f(x) = 1 - \frac{x-1}{3x+2}$$

- Penyelesaian :

$$y = f(x) = 1 - \frac{x-1}{3x+2}$$

$$1 - y = \frac{x-1}{3x+2}$$

$$(1-y)(3x+2) = x - 1$$

$$3x - 3xy - 2y + 2 = x - 1$$

$$2x - 3xy = 2y - 3$$

$$x(2 - 3y) = 2y - 3$$

$$x = \frac{2y-3}{2-3y} = f^{-1}(y) \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x-3}{2-3x}$$

GRAFIK FUNGSI

Langkah-langkah menggambar grafik fungsi :

- Buat tabel untuk mendapatkan koordinat titik yang memenuhi persamaan
- Tentukan letak titik tersebut dalam bidang koordinat kartesius
- Hubungkan titik tersebut dengan sebuah kurva mulus.

GRAFIK LINEAR

$y = ax + b$ → Garis lurus

Cara membuat grafik :

- cari titik potong sumbu x

  $y = 0$ → x=...?

- cari titik potong sumbu y

  $x = 0$ → y= ..?

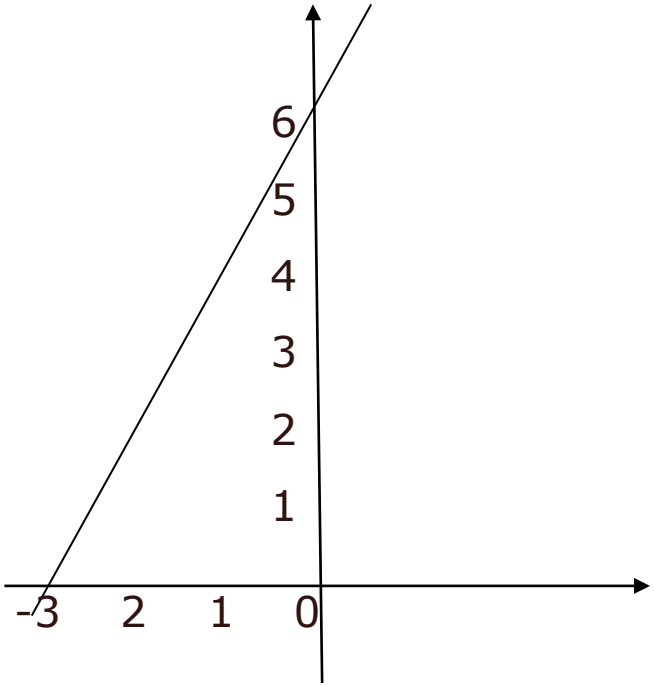
Atau Tabel :

x	0	?
y	?	0

Contoh :

1. Gambarkan Grafik y = 2x+6

x	0	-3
y	6	0



MAPLE :

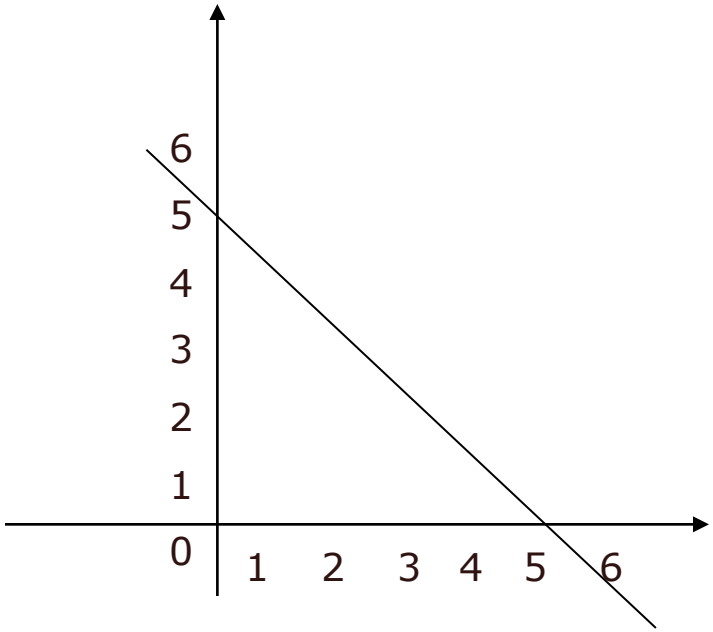
```
> y:=2*x+6;
> plot(y,'x'=-3..1);
```

2. Gambarkan Grafik y = -x + 5

x	0	5
y	5	0

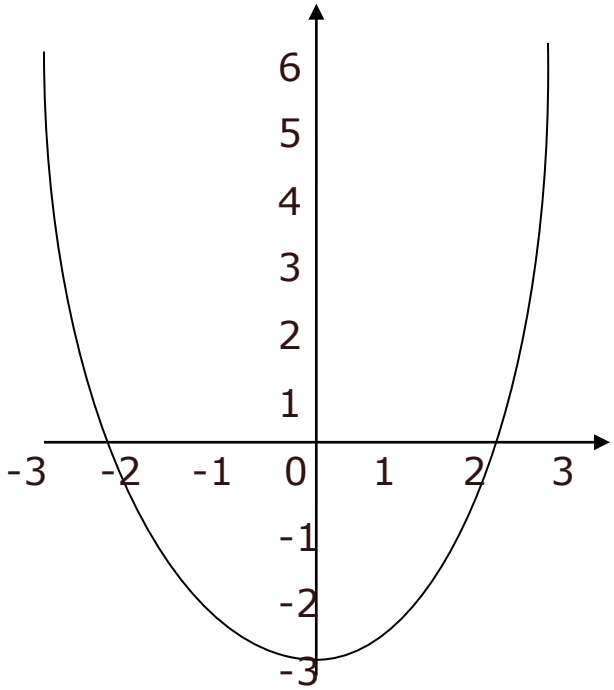
MAPLE :

```
> y:=-x+5;
> plot(y,'x'=-1..6);
```



3. Gambarkan grafik $y = x^2 - 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	1	-2	-3	-2	1	6

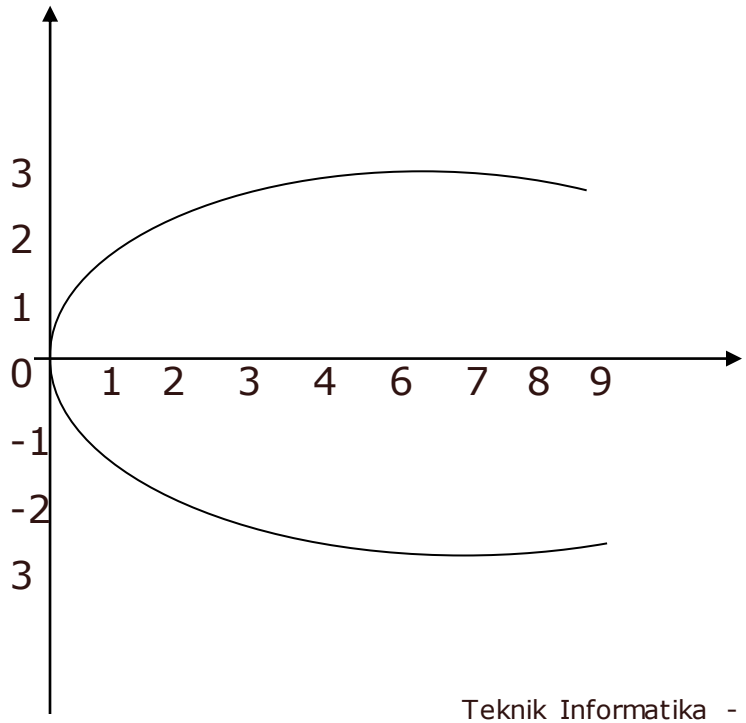


MAPLE :

```
> y:=x^2-3;
> plot(y,'x'=-3..3);
```

Gambarkan grafik $x = y^2$

x	9	4	1	0	1	4	9
y	-3	-2	-1	0	1	2	3

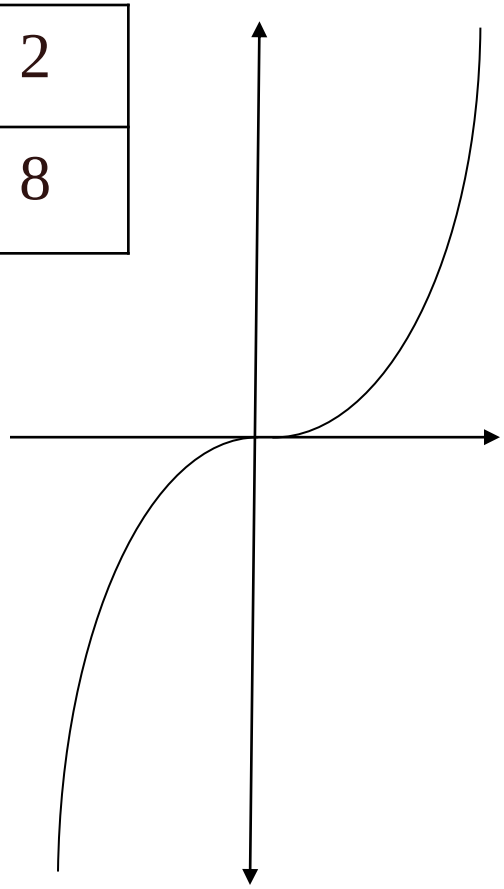


MAPLE :

```
> x:=y^2;
> plot(x,y);
```

Gambarkan grafik $y = x^3$

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8



MAPLE :

```
> y:=x^3;
> plot(y,'x'=-2..2);
```

Soal

Lukislah grafik dari fungsi :

$$y = |x^2 - 4|$$

MAPLE :

```
> y:=abs(x^2-4);
> plot(y,'x'=-3..3);
```

Perpotongan 2 kurva

Contoh :

Cari titik – titik perpotongan garis $y = -2x + 2$ dan parabola $y = 2x^2 - 4x - 2$

Jawab :

$$2x^2 - 4x - 2 = -2x + 2$$

$$2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -1 \qquad x = 2$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$y = 4 \qquad y = -2$$

Tipot : (-1,4) dan (2,-2)

MAPLE :

```
> y:={-2*x+2, 2*x^2-4*x-2};
> plot(y,'x'=-2..4);
```

GRAFIK LINEAR

Jika diketahui titik A (x_1, y_1) dan B(x_2, y_2), maka jarak antara titik A dan B adalah

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Persamaan garis yang melalui 2 titik tersebut :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Contoh :

- Tentukan persamaan garis yang melalui titik (2,1) dan (4,7) dan tentukan jarak antara 2 titik tersebut

Jawab

Persamaan garis :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{7 - 1}{4 - 2}(x - 2)$$

$$y - 1 = 3(x - 2) \rightarrow y = 3x - 5$$

- Jarak antara titik (2,1) dan (4,7)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(4-2)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

Titik Tengah (midpoint) :

$$=\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = (3, 4)$$

Soal latihan

1) Jika $f(x) = x^3 + 2$ dan $g(x) = \frac{2}{x-1}$, tentukan :

a. $(f + g)(x)$
b. $(g/f)(x)$
c. $(f \circ g)(x)$
d. $(g \circ f)(x)$

2) Jika $f(x) = x^2 + x$ dan $g(x) = \frac{2}{x+3}$, Hitung :

a. $(f - g)(2)$
b. $(f/g)(1)$
c. $(g \circ f)(1)$
d. $(f \circ g)(1)$
e. $(g \circ f)(3)$
f. $g^2(3)$