



Kalkulus (1240033)

Penggunaan Turunan MENGGAMBAR GRAFIK

Juwairiah, S.Si,M.T
(juwai_riah@yahoo.com)

Sub Pokok Bahasan

- Melukis Grafik Fungsi
 - Titik stasioner
 - Daerah Fungsi naik dan Fungsi turun
 - Maksimum dan Minimum
 - Titik belok
 - Daerah Fungsi Cekung Ke atas dan ke bawah

Kompetensi Khusus

Mahasiswa mampu membuat sketsa grafik fungsi, dengan informasi tentang titik maksimum, minimum, daerah naik, daerah turun, daerah cekung ke atas, daerah cekung ke bawah

MENGGAMBAR GRAFIK FUNGSI

Langkah – langkah menggambar grafik $y = f(x)$

- 1) Menentukan daerah asal fungsi (domain)
- 2) Menentukan titik – titik potong dengan sumbu koordinat
 - a) Titik potong sb $x \rightarrow y = 0$
 - b) Titik potong sb $y \rightarrow x = 0$

3) Mencari titik stasioner : $f'(x) = 0$

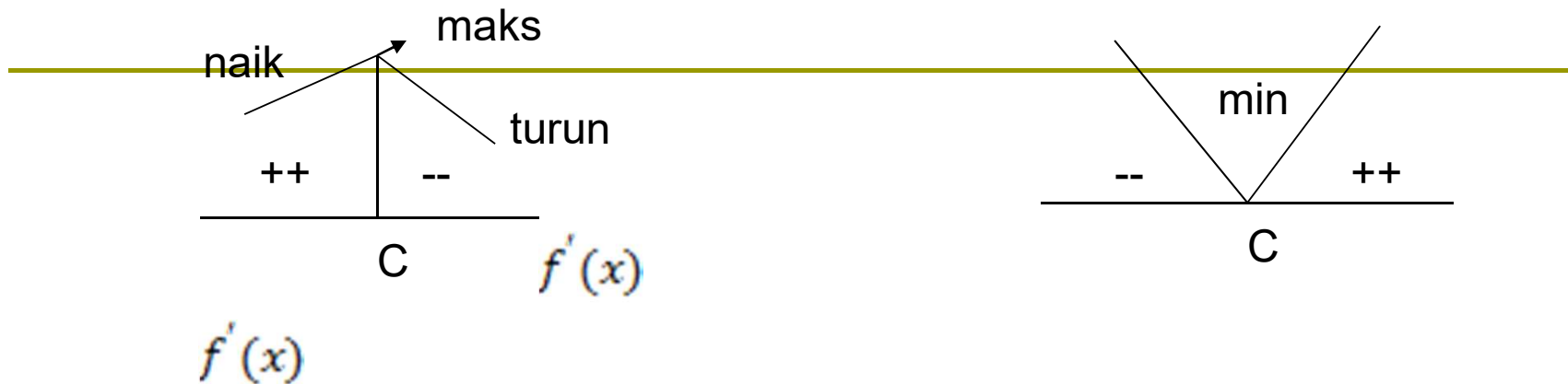
Misal : $f'(x) = 0 \rightarrow (c, f(c)) = \textit{titik stasioner}$

4) Menentukan daerah naik dan turun :

$f'(x) > 0 \Rightarrow \textit{fungsi naik}$

$f'(x) < 0 \Rightarrow \textit{fungsi turun}$

5) Menentukan titik stasioner maks / min



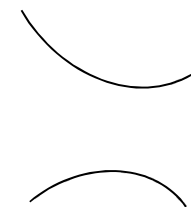
6) Menentukan titik belok :

$f''(x) = 0$ atau $f''(x)$ tidak ada

7) Menentukan daerah cekung ke atas dan cekung ke bawah :

- Jika $f''(x) > 0 \rightarrow$ cekung ke atas

- Jika $f''(x) < 0 \rightarrow$ cekung ke bawah



Contoh :

1) Gambarkan grafik fungsi $y = f(x) = x^3 - 12x$

Jawab : $y = f(x) = x^3 - 12x$

$$y = f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f''(x) = 6$$

a) Daerah asal $f = \mathbb{R}$

b) $f(x) = x^3 - 12x \rightarrow$ fungsi ganjil \rightarrow simetri terhadap titik asal 0

c) *Tipot sumbu y* $\Rightarrow x \Rightarrow 0$ $f(x) = y = 0$ (0,0)

Tipot sumbu x $\Rightarrow y \Rightarrow 0 = x^3 - 12x$

$$x(x^2 - 12) = 0$$

↓ ↓

$$x = 0 \quad x = \pm\sqrt{12}$$

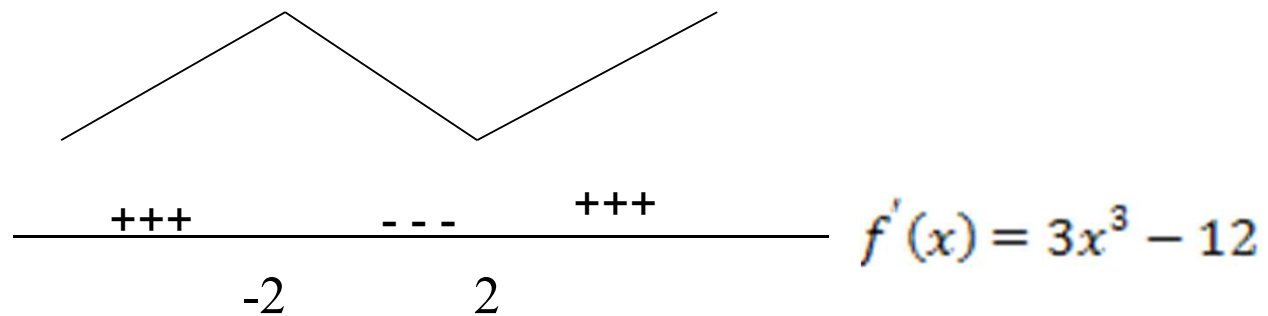
$$= \pm 2\sqrt{3}$$

d) Titik stasioner : $f'(x) = 0$

$$3x^3 - 12 = 0$$

$$3x^3 = 12$$

$$x^3 = 4 \rightarrow x = \sqrt[3]{4}$$



Daerah fungsi naik : $f'(x) > 0$ untuk $x < -2$ atau $x > 2$

Daerah fungsi turun : $f'(x) < 0$ untuk $-2 < x < 2$

e) Titik ekstrim :

$$x = 2 \rightarrow f(x) = 2^3 - 12 \cdot 2 = 8 - 24 = -16$$

$$x = -2 \rightarrow f(x) = (-2)^3 - 12 \cdot (-2) = -8 + 24 = 16$$

f) Titik belok :

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x = 0$$

$$x = 0 \rightarrow f(x) = 0^3 - 12 \cdot 0 = 0$$

\therefore titik belok (0,0)

g)

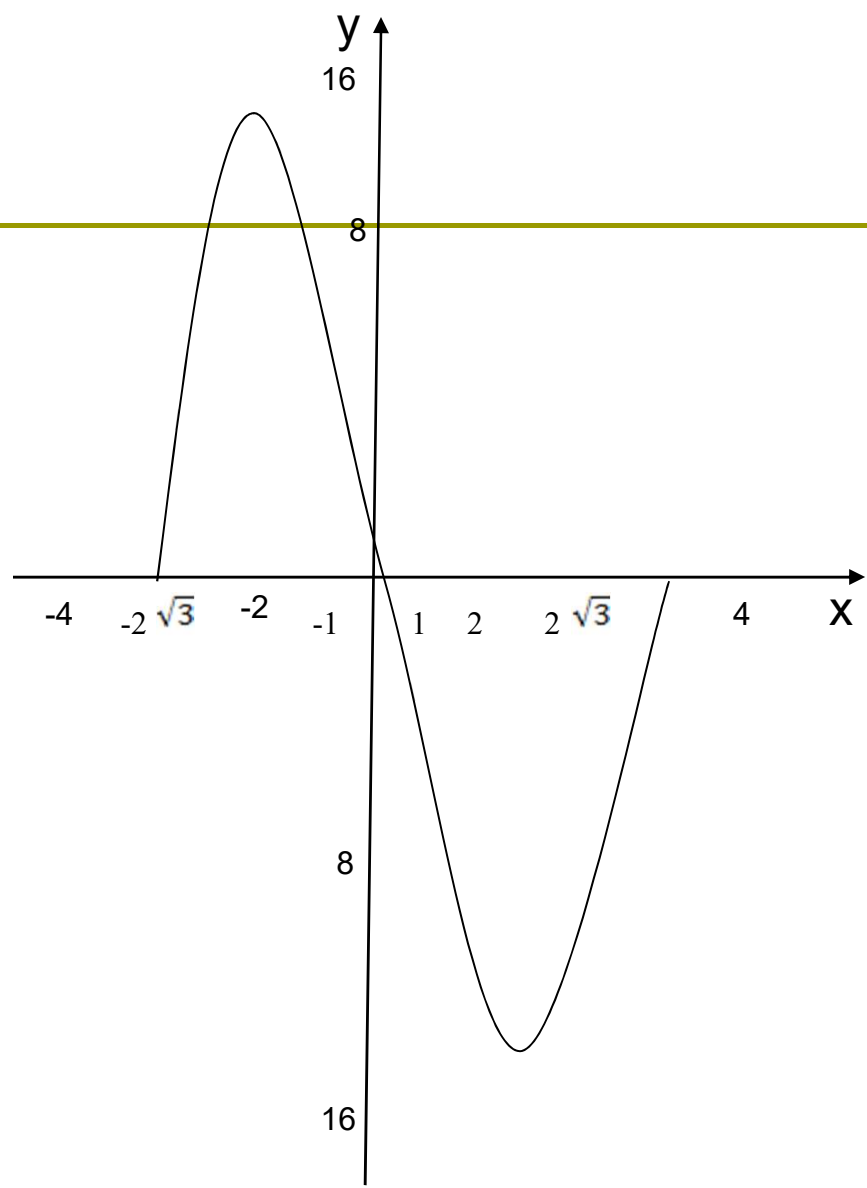
$f''(x) = 6x$

0

Daerah cekung ke atas : $f''(x) > 0$ untuk $x > 0$

Daerah cekung ke bawah : $f''(x) < 0$ untuk $x < 0$

Sketsa :





2. Diketahui fungsi $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$.

Soal - Soal

1. Diketahui fungsi $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$.
Tentukan :

- Titik stasioner ($f'(x) = 0$)
- Tentukan dimana fungsi tersebut naik dan fungsi turun
- Tentukan titik maksimum dan minimum
- Titik belok ($f''(x) = 0$)
- Daerah cekung ke atas dan cekung ke bawah
- Sketsakan grafiknya

2. Diketahui fungsi : $f(x) = x^6 - 3x^4$

Tentukan :

- a. Titik stasioner
- b. Daerah fungsi naik / fungsi turun
- c. Titik ekstrim (Maksimum dan Minimum)
- d. Titik belok
- e. Daerah cekung ke atas / cekung ke bawah
- f. Gambar grafik fungsi

3. Diketahui fungsi : $f(x) = x^2(x - 3)$

Tentukan :

- a. Titik stasioner
- b. Daerah fungsi naik / fungsi turun
- c. Titik ekstrim (Maksimum dan Minimum)
- d. Titik belok
- e. Daerah cekung ke atas / cekung ke bawah
- f. Gambar grafik fungsi

4. Diketahui fungsi $y = f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4}$

Tentukan :

- a. Titik stasioner
- b. Daerah fungsi naik / fungsi turun
- c. Titik ekstrim (Maksimum dan Minimum)
- d. Titik belok
- e. Daerah cekung ke atas / cekung ke bawah
- f. Gambar grafik fungsi

Referensi

- Purcell, Varberg, *Kalkulus dan Geometri Analitis*, Penerbit Erlangga, 1993
- Frank Ayres, *Calculus*, Mc.Graw Hill, New York, 1972
- J.Salas and Hill, *Calculus One and Several Variables*, John Willey& Sons, NewYork, 1982