



IV. SISTEM PERSAMAAN LINIER (3)

Juwairiah, S.Si., M.T

Matriks dan Ruang Vektor (MRV)

Teknik Informatika-UPNVY

SPL HOMOGEN

Bentuk umum SPL Homogen

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = 0$$

.....

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0$$

SPL Homogen adalah SPL yang KONSISTEN (mempunyai penyelesaian), karena $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0 \dots x_n = 0$ selalu menjadi penyelesaian \rightarrow Penyelesaian itu disebut penyelesaian (solusi) TRIVIAL. Jika ada penyelesaian lain disebut penyelesaian Non-TRIVIAL.

Untuk SPL Homogen, pasti memenuhi salah satu pernyataan berikut:

1. SPL tersebut hanya memenuhi pemecahan trivial
2. SPL tersebut mempunyai takhingga banyaknya penyelesaian non-trivial

Contoh 1 Selesaikan SPL homogen berikut

$$2x + y + 3z = 0$$

$$x + 2y = 0$$

$$y + z = 0$$

SPL dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

I. Eliminasi Gauss

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B1 \leftrightarrow B2$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B2 - 2B1$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B2 \leftrightarrow B3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad B3 + 3 B2$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} B3 \times 1/6 \\ \rightarrow \text{Eselon Baris} \end{array}$$

Persamaan menjadi :

$$x + 2y = 0 \quad \rightarrow x = 0$$

$$y + z = 0 \quad \rightarrow z = 0$$

$$z = 0$$

Solusi : $x=0, y=0, z = 0$ (hanya mempunyai solusi trivial)

II. Eliminasi Gauss-Jordan melanjutkan dari hasil eliminasi Gauss

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{B2} - \text{B3}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{B1} - 2\text{B2}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Solusi : } x = 1, y = 2, z = 3$$

Contoh 2

Selesaikan SPL Homogen berikut:

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 \quad + x_5 = 0$$

$$-x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 \quad - x_5 = 0$$

$$x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

Matriks Augmented:

$$\left[\begin{array}{cccccc} 2 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

Didapat bentuk eselon baris tereduksi:

$$\bullet \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + x_2 + x_5 = 0 \rightarrow x_1 = -x_2 - x_5$$

$$x_3 + x_5 = 0 \rightarrow x_3 = -x_5$$

$$x_4 = 0$$

Penyelesaian:

$$x_4 = 0 \quad x_5 = t \rightarrow x_3 = -t$$

$$x_2 = s \quad x_1 = -s - t$$

Ada banyak penyelesaian.

Soal

$$1) \ a + 3b + 5c + d = 0$$

$$4a - 7b - 3c - d = 0$$

$$3a + 2b + 7c + 8d = 0$$

$$2) \ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$$

$$-2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0$$

$$-7x_1 + 7x_2 + x_3 = 0$$

$$3) \ 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 0$$

$$-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$$

Soal

$$4x + y + z + w = 6$$

$$3x + 7y - z + w = 1$$

$$7x + 3y - 5z + 8w = -3$$

$$X + y + z + 2w = 3$$

- Tuliskan SPL dalam bentuk matriks
- Selesaikan SPL tersebut dengan metode Cramer
- Selesaikan SPL tersebut dengan eliminasi Gauss-Jordan
- Metode manakah yg melibatkan perhitungan lebih sedikit?